厦门大学附属科技中学

2024年高中创新班招生考试数学答案

一. 填空题（本大题共12小题，每小题6分，共72分）

1.	$\frac{1}{2}$	**2.**	3	**3.**	$x<-2$ 或 $x>1$
4.	125°	**5.**	重	**6.**	1999 或 2017
7.	$a<-\frac{1}{2}$	**8.**	$-1\le a<2$ 或 $a=3$	**9.**	6
10.	$\frac{\sqrt{34}}{2}$	**11.**	①②④	**12.**	$\frac{\sqrt{5}\pi}{2}$

三．解答题（本大题有2小题，共28分）

（1）45°． 2分

（2）解：$PE\perp DG$，$PE=DG$， 4分

理由如下：

$\because \angle EDC=\angle ACB=45^{\circ}$，$GF\perp DC$

$\therefore \triangle EDF$ 和 $\triangle GFC$ 是等腰直角三角形

$\therefore DF=EF$，$GF=CF$

$\because \angle CFE=\angle GFD=90^{\circ}$，

$\therefore \Delta GFD\cong\Delta CFE\,(SAS)$

$\therefore \angle ECF=\angle DGF$

$\because \angle CEF=\angle PEG$

$\therefore \angle GHE=\angle EFC=90^{\circ}$，即 $PE\perp DG$． 6分

$\because \Delta GFD\cong\Delta CFE$

$\therefore DG=CE$

$\because E$ 是 PC 的中点

$\therefore PE=CE$

$\therefore PE=DG$． 8分

（3）解：连接 PG

设 $AP=x$，则 $BP=10-x$，

$\therefore DE=\dfrac{10-x}{2}$， $DF=EF=\dfrac{\sqrt{2}\left(10-x\right)}{4}$ ....9 分

$\because BC=10\sqrt{2}$，

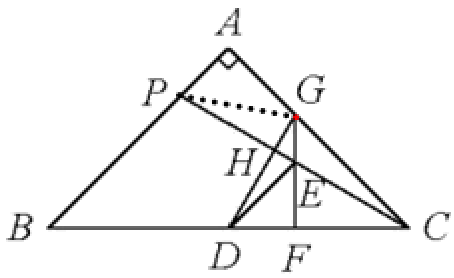
$\therefore CF=CD-DF=5\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{2}\left(10-x\right)}{4}=\dfrac{\sqrt{2}\left(10+x\right)}{4}$ ....11 分

$\therefore CG=\sqrt{2}CF=\dfrac{10+x}{2}$

$\therefore AG=10-CG=10-\dfrac{10+x}{2}=\dfrac{10-x}{2}$ ....12 分

$\therefore S_{\Delta APG}=\dfrac{1}{2}AP\cdot AG=\dfrac{1}{2}x\cdot\dfrac{10-x}{2}=\dfrac{10x-x^2}{4}=\dfrac{-\left(x-5\right)^2+25}{4}$ ....13 分

所以当 $x=5$ 时，$S_{\Delta APG}$ 有最大值 $\dfrac{25}{4}$. ....14 分



14.（1）解：取 $y=-2x+3$ 上两点 $\left(0,3\right)$，$\left(\dfrac{3}{2},0\right)$ 两点关于 y 轴对称点为 $\left(3,0\right)$，$\left(-\dfrac{3}{2},0\right)$

设 $y=kx+b$，则 $\begin{cases}3k+b=0\\-\dfrac{3}{2}k+b=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=2\\b=3\end{cases}$，则 $y=2x+3$ ， ....4 分

（2）①$\because C_1$: $y=ax^2+2ax+a-1=a\left(x+1\right)^2-1$

$\therefore C_1$ 顶点为 $P\left(1,-1\right)$，$\therefore$ 点 P 关于 $\left(1,0\right)$ 的对称点为 $P'\left(3,1\right)$， ....6 分

$\therefore$ 函数 C_1 关于 $\left(1,0\right)$ 的对称函数 C_2：$y=-a\left(x-3\right)^2+1=-ax^2+6ax-9a+1$ ....8 分

②设 $A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$

$\because A,B$ 为直线 $y=x-3$ 与 C_2 的交点，

$\therefore$联立$\begin{cases} y=-a\left(x-3\right)^2+1 \\ y=x-3 \end{cases}$，得$ax^2+\left(-6a+1\right)x+9a-4=0$.

根据韦达定理得$x_1+x_2=\dfrac{6a-1}{a}$，$x_1x_2=\dfrac{9a-4}{a}$……………………………………………10 分

所以$AB=\sqrt{2}\left|x_1-x_2\right|=\sqrt{2}\sqrt{\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2}$……………………………………………11 分

$=\sqrt{2}\sqrt{\left(\dfrac{6a-1}{a}\right)^2-4\cdot\left(\dfrac{9a-4}{a}\right)^2}$

$=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\dfrac{4a+1}{a^2}}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+4\dfrac{1}{a}+4-4}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\left(\dfrac{1}{a}+2\right)^2-4}$……………………………13 分

$\because 0<a<\dfrac{1}{2}$，$\therefore\dfrac{1}{a}>2$，$\therefore\left(\dfrac{1}{a}+2\right)^2>16$，

$\therefore AB=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\left(\dfrac{1}{a}+2\right)^2-4}>2\sqrt{6}$……………………………………………………………14 分