厦 门 大 学 附 属 科 技 中 学

2024年高中创新班招生考试

数 学 试 卷

考试时间：60分钟　　　满分：100分

毕业学校：____________　姓名：_____________　准考证号：_____________

注意事项：

1. 答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定位置填写本人准考证号、姓名等信息.
   考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的准考证号、姓名与考生本人准考证号、姓名是否一致.
2. 答案用0.5毫米黑色签字笔在答题卡上相应位置书写作答，在试题卷上答题无效.
3. 作图可先使用2B铅笔画出，确定后必须用0.5毫米黑色签字笔描黑.
4. 考试结束，考生必须将试题卷、答题卡和草稿纸一并交回.

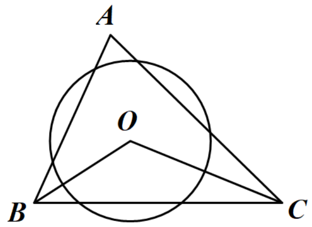
一、填空题（本大题共12小题，每小题6分，共72 分）.

1．在一个不透明的袋中装有4个小球，其中3个黑球、1个白球，这些小球除颜色外无其他差别，随机从袋中摸出两个小球，则两球恰好是一个黑球和一个白球的概率是______.

2．若两个不同的实数m、n满足$m^2=m+1$，$n^2=n+1$，则$m^2+n^2=$______.

3．已知二次函数$y=ax^2+c(a>0)$的图象与一次函数$y=mx+n$的图象相交于$A(-2,p)$，$B(1,q)$两点，则关于x的不等式$ax^2+c>mx+n$的解集是______.

4．如图，$\odot O$截ΔABC的三条边所得的弦长相等，若$\angle A=70^\circ$，则$\angle BOC$的度数为______.



5．已知△ABC内的一点P，使得ΔPAB，ΔPBC，ΔPAC的面积相等，则点P是ΔABC的______心.

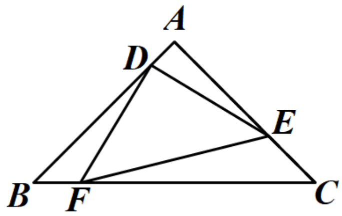
6. 设正整数n的各位数字之和为$S_{(n)}$，例$S_{(10)}=1+0=1,S_{(231)}=2+3+1=6$，若$n+S_{(n)}=2027$，则$n=$______.

7．已知关于x的方程$|x+1|=\frac{1}{2}x-a$（a为常数）有两个不同的实数根，则a的取值范围是______.

8．已知抛物线C：$y=-x^2+2x$，点E是直线AB: $y=x-2$上的一个动点，将点E向左移动4个单位得到点F，若线段EF与抛物线C只有一个公共点，则点E的横坐标a的取值范围为______.

9．在平面直角坐标系中，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0,k>0)$ 的图象经过点 $A(2,m)$ 和点 B，连接 AB 并延长交 x 轴于点 $C(m+2,0)$．若 $AB=2BC$，则 m 的值为______.

10. 如图，已知在 ΔABC 中，$AB=AC=3$，$\angle A=90°$，D、E、F 是 AB、AC、BC 上一点，且 $AE=2$，$\triangle DEF$ 为等腰直角三角形，则 $EF=$______.



11．我们引入记号 $f(x)$ 表示某个函数，用 $f(a)$ 表示 $x=a$ 时的函数值．例如函数 $y=x^2+1$ 可以记为 $f(x)=x^2+1$，并有 $f(-2)=(-2)^2+1=5$， $f(a+1)=(a+1)^2+1=a^2+2a+2$.

狄利克雷是德国著名数学家，是最早倡导严格化方法的数学家之一.

狄利克雷函数： $f(x)=\begin{cases}1,(x\text{是有理数})\\0,(x\text{是无理数})\end{cases}$ 的出现表示数学家对数学的理解开始了深刻的变化，从研究“算”到研究更抽象的“概念、性质和结构”．关于狄利克雷函数，下列说法：

① $f(\pi)=f(\sqrt{2})$

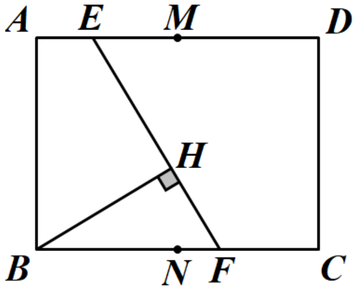
②对于任意的实数 a， $f(a)=f(-a)$

③对于任意两个实数 m 和 n，都有 $f(m)+f(n)\geq f(m+n)$

④存在一个非零常数 t，使得对于任意的 x 都有 $f(x+t)=f(x)$

其中正确的有______（填序号）.

12．如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=6$， $BC=8$，点 M 、 N 分别是边 AD 、 BC 的中点，某一时刻，动点 E 从点 M 出发，沿 MA 方向以每秒 2 个单位长度的速度向点 A 匀速运动；同时，动点 F 从点 N 出发，沿 NC 方向以每秒1个单位长度的速度向点 C 匀速运动，其中一点运动到矩形顶点时，两点同时停止运动，连接 EF，过点 B 作 EF 的垂线，垂足为 H．在这一运动过程中，点 H 所经过的路径长是_____.



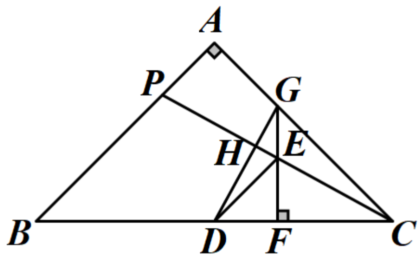
二、解答题（本大题共 2 小题，共 28 分）.

13．（14 分）如图，在△ABC 中，$\angle BAC = 90^{\circ}$，$AB = AC = 10$，点 P 在边 AB 上，D、E 分别为 BC、PC 的中点，连接 DE．过点 E 作 BC 的垂线，与 BC、AC 分别交于 F、G 两点．连接 DG，交 PC 于 H．

（1）$\angle EDC$ 的度数为______；

（2）PE 与 DG 存在怎样的位置关系与数量关系？请说明理由；

（3）连接 PG，求△APG 的面积的最大值；



14．（14 分）我们把一个函数的图象关于某条直线或者某个点作对称后得到的图象对应的新函数，称为原函数的“对称函数”.

（1）求一次函数 $y = -2x + 3$ 关于 y 轴的对称函数的解析式；

（2）已知二次函数 C_1：$y = ax^2 + 2ax + a - 1 (a \neq 0)$，

①求 C_1 关于点 $(1, 0)$ 的对称函数 C_2 的解析式（用含 a 的式子表示）；

②当 $0 < a < \frac{1}{2}$ 时，C_2 的图象与直线 $y = x - 3$ 交于 A，B 两点，求线段 AB 的长度的取值范围.

草稿纸