

厦 门 大 学 附 属 科 技 中 学
2023 年高中创新班招生考试

数 学 试 卷

考试时间：60 分钟 满分：100 分

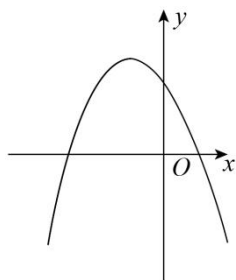
毕业学校：_____ 姓名：_____ 准考证号：_____

注意事项：

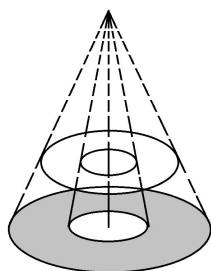
1. 答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定位置填写本人准考证号、姓名等信息。
考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的准考证号、姓名与考生本人准考证号、姓名是否一致。
2. 答案用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡上相应位置书写作答，在试题卷上答题无效。
3. 作图可先使用 2B 铅笔画出，确定后必须用 0.5 毫米黑色签字笔描黑。
4. 考试结束，考生必须将试题卷、答案卡和草稿纸一并交回。

一、填空题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）.

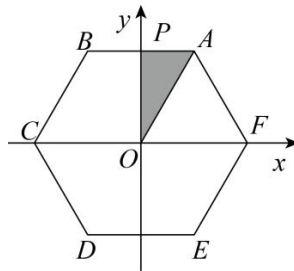
1. 已知 $a = 16^9$, $b = 27^6$, $c = 64^3$, 则将 a 、 b 、 c 按从小到大的顺序排列为_____.
2. 有 4 张卡片，上面分别标有数字 1, 2, 3, 4. 从中随机抽取两张卡片，这两张卡片上的数字之和为奇数的概率是_____.
3. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，则一次函数 $y = -bx + ac$ 的图象不经过第_____象限.



第 3 题图



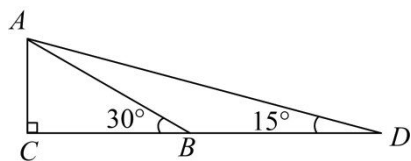
第 4 题图



第 5 题图

4. 圆桌面（桌面中间有一个直径为 $0.4m$ 的圆洞）正上方的灯泡（看作一个点）发出的光线照射平行于地面的桌面后，在地面上形成如图所示的圆环形阴影. 已知桌面直径为 $1.2m$ ，桌面离地面 $1m$ ，若灯泡离地面 $3m$ ，则地面圆环形阴影的面积是_____ m^2 .
5. 如图，在平面直角坐标系中，边长为 2 的正六边形 $ABCDEF$ 的中心与原点 O 重合， $AB \parallel x$ 轴，交 y 轴于点 P . 将 $\triangle OAP$ 绕点 O 顺时针旋转，每次旋转 90° ，则第 2023 次旋转结束时，点 A 的坐标为_____.
6. 构建几何图形解决代数问题是“数形结合”思想的重要体现，如图，在计算 $\tan 15^\circ$ 时，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ，延长 CB 使 $BD = AB$ ，连接 AD ，得 $\angle D = 15^\circ$ ，所以

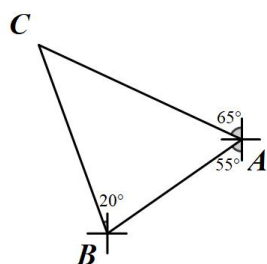
$$\tan 15^\circ = \frac{AC}{CD} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = 2 - \sqrt{3}. \text{ 类比这种方法, 若 } \tan \alpha = 2, \text{ 则 } \tan \frac{\alpha}{2} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



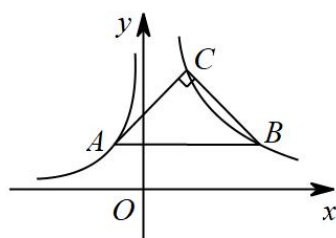
第 6 题图

7. 如图, 轮船在 A 处观测灯塔 C 位于北偏西 65° 方向上, 轮船从 A 处以每小时 25 海里的速度沿南偏西 55° 方向匀速航行, 2 小时后到达码头 B 处, 此时, 观测灯塔 C 位于北偏西 20° 方向上, 则灯塔 C 与码头 B 的距离是_____海里. (结果保留根号)

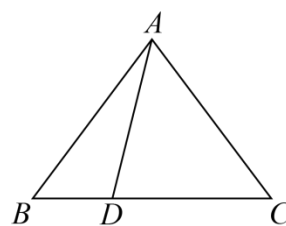
8. 如图, 等腰直角三角形 ABC 的顶点 A 在反比例函数 $y = \frac{k_1}{x} (x < 0)$ 的图象上, 顶点 B, C 在反比例函数 $y = \frac{k_2}{x} (x > 0)$ 的图象上, 且 $\angle ACB = 90^\circ, AB \parallel x$ 轴. 若点 C 的坐标为 $(\frac{3}{2}, 4)$, 则 k_1 的值为_____.



第 7 题图



第 8 题图



第 10 题图

9. 已知点 $A(a, b), B(2, c)$ 在直线 $y = kx + 3$ (k 为常数, $k \neq 0$) 上, 若 ab 的最大值为 9, 则 c 的值为_____.

10. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 3$, D 为 BC 上一点, 且 $AD = 2$, 则 $BD \cdot CD =$ _____.

11. 已知 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x + k - 1 = 0$ 的两实根, 且 $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = x_1^2 + 2x_2 - 1$, 则 k 的值为_____.

12. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 6$, D 为 $\triangle ABC$ 所在平面上一点, 且 $AD = 2$, 点 M 为线段 BD 的中点, 连接 CM , 则 CM 的最大值为_____.

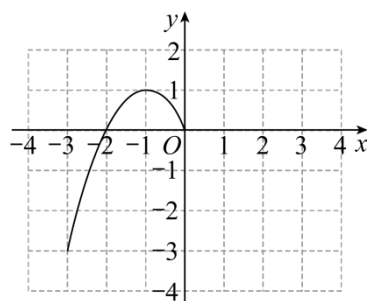
二、解答题 (本大题共 3 小题, 共 40 分).

13. (10 分) 某班兴趣小组对函数 $y = -x^2 + 2|x|$ 的图象和性质进行了探究, 探究过程如下:

(1) 按照列表, 描点, 连线的步骤作出函数的图象.

x	...	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	-1	0	1	2	$\frac{5}{2}$	3	...
y	...	-3	$-\frac{5}{4}$	0	1	0					...

请完成上述表格, 并根据所给图象画出该图象的另一部分;



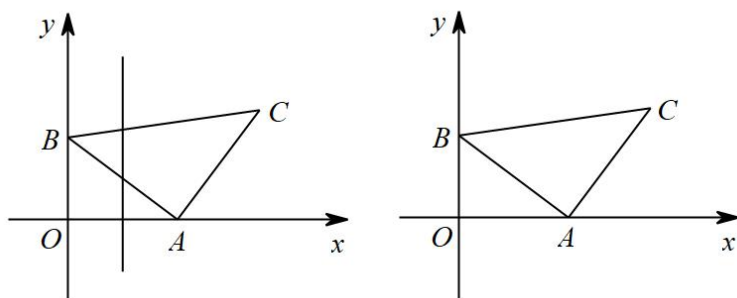
(2) 观察函数图象, 当 y 随 x 增大而减小时, x 的取值范围是_____;

(3) 进一步探究函数图象发现:

① 方程 $-x^2 + 2|x| = 0$ 有_____个实数根;

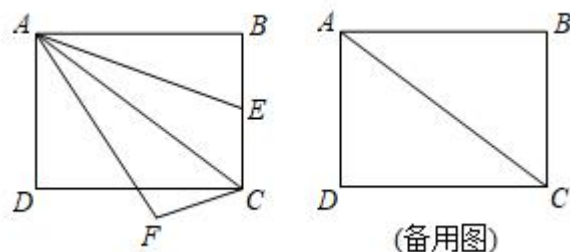
② 若关于 x 的方程 $x^2 - 2|x| + n = 0$ 有 2 个实数根, 则 n 的取值范围是_____.

14. (15 分)如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 分别与 x 轴, y 轴交于点 A , B , 点 C 在第一象限, 且 $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$.



- (1) 求 C 点坐标;
- (2) 点 P 在直线 $x = 2$ 上, $S_{\triangle ABP} = 8$, 求 P 点坐标;
- (3) 点 M 是线段 AB 上的一个动点 (点 A , B 除外), 试探究在 x 轴的上方是否存在点 N , 使得以 O , B , M , N 为顶点的四边形是菱形? 若存在, 请直接写出点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

15. (15 分)如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $AD = 6$, 点 E 在折线 $B - C - D$ 上运动, 将 AE 绕点 A 顺时针旋转得到 AF , 旋转角等于 $\angle BAC$, 连接 CF .



- (1) 当点 E 在 BC 上时, 作 $FM \perp AC$, 垂足为 M , 求证: $AM = AB$;
- (2) 当 $AE = 6\sqrt{2}$ 时, 求 CF 的长;
- (3) 连接 DF , 点 E 从点 B 运动到点 D 的过程中, 试探究 DF 的最小值.

