

厦门大学附属科技中学
2020 年厦大创新实验班招生考试

数学试卷

考试时间：90 分钟 满分：100 分

学校：_____ 姓名：_____ 准考证号：_____

注意事项：

- 答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定位置填写本人准考证号、姓名等信息。考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名”与考生本人准考证号、姓名是否一致。
- 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。非选择题答案用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上相应位置书写作答，在试题卷上答题无效。
- 作图可先使用 2B 铅笔画出，确定后必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔描黑。
- 考试结束，考生必须将试题卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。每小题都有四个选项，其中有且只有一个选项是正确的，不选，错选或多选均不得分）。

1. 若 a, b 均为实数，那么下列命题中正确的是（ ）

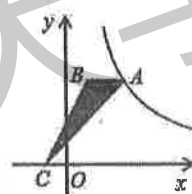
- A. 若 $|a|=|b|$ ，则 $a=b$ B. 若 $a>b$ ，则 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$
C. 若 $a>b$ ，则 $a^2>b^2$ D. 若 $a>|b|$ ，则 $a>b$

2. 从分别写有数字 1, 2, 3, 4, 5 的 5 张卡片中依次取出两张，把第一张卡片上的数字作为十位数字，第二张卡片上的数字作为个位数字，则所组成的数是 3 的倍数的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{6}{25}$

3. 如图， $\triangle ABC$ 的顶点 A 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上，顶点 C 在 x 轴上， $AB \parallel x$ 轴，若点 B 的坐标为 $(1, 3)$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 2，则 k 的值为（ ）

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7



第 3 题图

4. 一辆匀速行驶的列车，若将速度提高 25%，则相同距离的行车时间可节省 $k\%$ ，那么 k 的值是（ ）

- A. 15 B. 20 C. 24 D. 25

5. 已知 $\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}=2$ ，那么 $\sqrt{\frac{x}{x^2+3x+1}}=$ （ ）

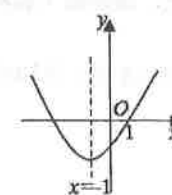
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{7}$

6. 对每个 x 的值， y 是 $y_1=\frac{1}{2}x+1$ ， $y_2=-\frac{1}{2}x+2$ ， $y_3=x^2-2x+2$ 三个函数值中的最大值，则当 x 变化时，函数 y 的最小值为（ ）

- A. 1 B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2

7. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如右图所示，现给出以下结论：① $abc>0$ ；② $b+2a=0$ ；③ $9a-3b+c=0$ ；④ $a-b+c \leq am^2+bm+c$ (m 为实数)，其中正确的有（ ）

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



第 7 题图

8. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $BC=6$ ， $\tan B=\sqrt{3}$ ，点 D 在线段 BC 上，且 $BD=2$ ，点 P 为线段 AB 上的一个动点，则 $PD+PC$ 的最小值为（ ）

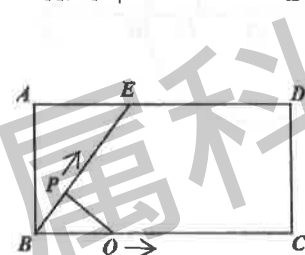
- A. $2\sqrt{7}$ B. $2\sqrt{13}$ C. $2\sqrt{3}+2\sqrt{7}$ D. $3\sqrt{3}+\sqrt{7}$

9. 对于正整数 n ，记 $n!=1 \times 2 \times \dots \times n$ ，则 $1!+2!+\dots+2020!$ 的末两位数是（ ）

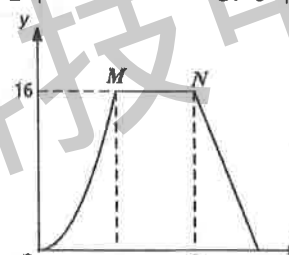
- A. 13 B. 33 C. 53 D. 73

10. 如图 1 所示， E 为矩形 $ABCD$ 的边 AD 上一点，动点 P, Q 同时从点 B 出发，点 P 沿折线 $BE-ED-DC$ 运动到点 C 时停止，点 P 运动速度为 1.25 cm/s，点 Q 沿 BC 运动到点 C 时停止，点 Q 运动速度为 2 cm/s。设 P, Q 出发 t 秒后， $\triangle BPQ$ 的面积为 $y \text{ cm}^2$ ，则下列结论：① $AB=4 \text{ cm}$ ；②当 $0<t \leq 4$ 时， $y=t^2$ ；③当 $\triangle BPQ$ 是直角三角形时， $t=5 \text{ s}$ ；④当 $\triangle DEP \sim \triangle ABE$ 时， $t=11 \text{ s}$ ；其中正确的有（ ）

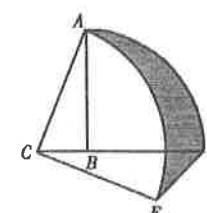
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



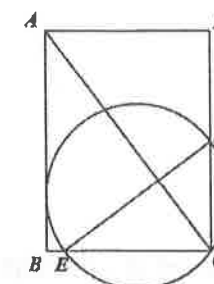
第 10 题 图 1



第 10 题 图 2



第 15 题图



第 16 题图

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）。

11. 计算： $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-2\sin 45^\circ+(2-\pi)^0-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}=$ _____。

12. 方程组 $\begin{cases} x^2+xy=12 \\ xy+y^2=4 \end{cases}$ 的解为_____。

13. 已知关于 x 的方程 $x^2+kx+\frac{3}{4}k^2-3k+\frac{9}{2}=0$ 的两个实数根分别为 x_1, x_2 ，则 $x_1x_2=$ _____。

14. 已知抛物线 $y=x^2-2x-3$ 与 x 轴相交于 A, B 两点，若在抛物线上有且只有三个不同的点 C_1, C_2, C_3 ，使得 $\triangle ABC_1, \triangle ABC_2, \triangle ABC_3$ 的面积都等于 m ，则 m 的值为_____。

15. 如右上图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB=2$ ， $BC=1$ ，将边 BA 绕点 B 顺时针旋转 90° 得线段 BD ，再将边 CA 绕点 C 顺时针旋转 90° 得线段 CE ，连接 DE ，则图中阴影部分的面积是_____。

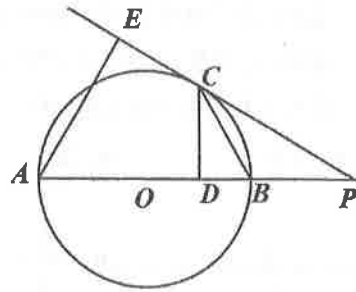
16. 如右上图，已知矩形 $ABCD$ 中， $AD=6$ ， $AB=8$ ，过点 C 且与 AB 相切的圆分别交 BC, DC 于点 E, F ，当 $EF \perp AC$ 时，圆的半径是_____。

三、解答题（本大题共3小题，共30分）.

17. (8分) 已知关于 x 的方程 $\frac{x^2+kx+3}{x-1}=3x+k$ 有且只有一个实数解，求实数 k 的值.

18. (10分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 D 为线段 OB 上一点（不与 O ， B 重合），作 $CD \perp OB$ ，交 $\odot O$ 于点 C ，垂足为点 D ，过点 C 的切线交 AB 的延长线于点 P ， $AE \perp PC$ 于点 E ，连接 CB 。

- (1) 求证： CB 是 $\angle DCP$ 的平分线；
- (2) 求证： $CD=CE$ 。



19. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 $A(-3,0)$ 和点 $B(3,2)$ ，与 y 轴交于点 $C(0,4)$ 。

- (1) 求抛物线的函数解析式；
- (2) 点 P 是抛物线在第一象限内的一点，连接 AP ，如果点 C 关于直线 AP 的对称点 D 恰好落在 x 轴上，求直线 AP 的函数解析式；
- (3) 在 (2) 的条件下，点 E 在 y 轴上，点 F 在线段 AP 上，当 $\triangle EAC$ 与 $\triangle EAF$ 全等时，求出所有满足条件的点 E 的坐标。（直接写出结果，不必写出解答过程）

草稿纸