厦门大学附属科技中学

2022年厦大创新班招生考试数学答案

一．选择题（本大题有6小题，每小题5分，共30分）

1-6　B　C　C　B　A　A

二．填空题（本大题共7小题，每小题5分，共35分）

7.　-2或4　　8. $\frac{1}{5}$　　9.　3　　10.　$-1<a\le 0$　　11.　$y_1<y_2<y_3$　　12. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　13.　2

三．解答题（本大题有3小题，共35分）

14.解：（1）依题意得，对于 $y=x+\frac{2}{x}$，

当 $0<x\le\sqrt{2}$ 时，y随x的增大而减小；当 $x>\sqrt{2}$ 时，y随x的增大而增大……1分

∴当 $x=\sqrt{2}$ 时，$y_{min}=\sqrt{2}+\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ ……3分

（注：答案正确没写增减性，扣1分）

（2）∵ $y=x+\frac{4}{x+1}=(x+1)+\frac{4}{x+1}-1$ ……4分

∴当$1<x+1\le 2$时，即$0<x\le 1$，y随x的增大而减小；

当$2<x+1\le 3$时，即$1<x<2$，y随x的增大而增大

∴当 $x=1$ 时，$y_{min}=(1+1)+\frac{4}{1+1}-1=3$ ……5分

∵当 $x=0$ 时，$y=(0+1)+\frac{4}{0+1}-1=4$

当 $x=2$ 时，$y=(2+1)+\frac{4}{2+1}-1=\frac{10}{3}$

∵ $4>\frac{10}{3}$　　∴当 $0<x<2$ 时，$y=x+\frac{4}{x+1}$ 的取值范围为 $3\le y<4$

15.解：（1）作图……1分

∵ $A(6,0)$　$B(0,6)$　∴ $OA=OB=6$

由旋转得，$OC=OD$，$\angle DOC=90°$

∵ $\angle AOB=90°$

∴ $\angle AOB-\angle AOD=\angle COD-\angle AOD$

∴ $\angle AOC=\angle BOD$ ……2分

∴在$\triangle OAC$和$\triangle OBD$中，

$$\begin{cases}OA=OB\\ \angle AOC=\angle BOD\\ OC=OD\end{cases}$$

∴$\triangle OAC\cong\triangle OBD$（$SAS$）……3分

（2）$y=x-6(0<x<6)$ ……6分

（注：取值范围1分）

（3）过C作$CE\perp y$轴于E，延长AC交y轴于F

设BD=x，则

∵$\triangle OAC\cong\triangle OBD$

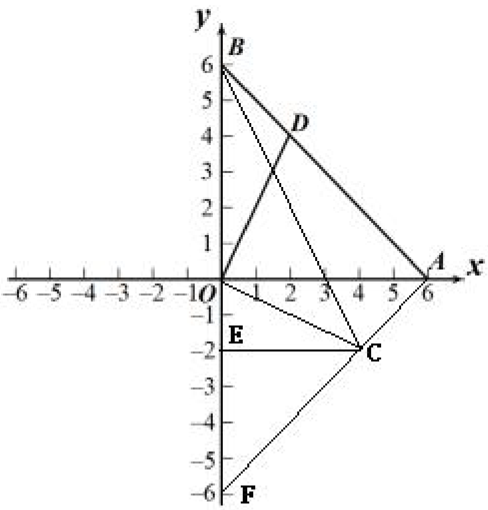
∴ $\angle OAC=\angle OBD$，$AC=BD=x$

∵在$Rt\triangle AOB$中，$\angle OAB+\angle OBA=90°$

∴ $\angle OAC+\angle OAB=90°$，即$\angle BAC=90°$

∴$CA\perp AB$……7分

∵直线 $y=x-6$ 交y轴于F



厦门大学附属科技中学 Xiamen University Affiliated Keji High School

∴F（0，-6）　∴ $OA=OF=6$

∴在 $Rt\triangle AOF$ 中，$AF=6\sqrt{2}$，$\angle AFO=45°$ ....8 分

∵$CE\perp OB$，$CA\perp AB$，BC 平分$\angle OBA$

∴ $CE=AC=x$，$\angle FEC=90°$ ....9 分

∴ $CF=6\sqrt{2}-x$

∵ $\sin\angle EFC=\dfrac{CE}{CF}$，$\angle EFC=45°$

∴ $\dfrac{x}{6\sqrt{2}-x}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ....11 分

$x=12-6\sqrt{2}$

∴ $BD=12-6\sqrt{2}$ ....12 分

16.解：（1）∵ $B(4,0)$，$C(0,2)$在$y=-\dfrac{1}{2}x^2+bx+c$上

∴ $y=-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{3}{2}x+2$ ....2 分

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+h$（$k\neq 0$），则

∵ $B(4,0)$，$C(0,2)$在$y=kx+h$上

∴ $y=-\dfrac{1}{2}x+2$ ....4 分

（2）过 P 作 $PQ\perp x$ 轴交 BC 于 Q，连接 AC

∵ $y=-\dfrac{1}{2}x^2+bx+c$的图象与x轴交于A,B两点

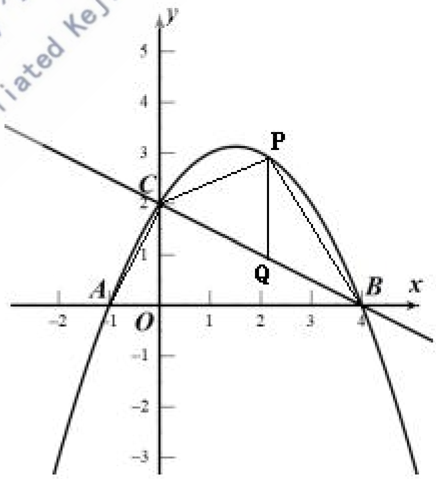
∴ $A(-1,0)$，$B(4,0)$　∴AB=5，OB=4

∵ $C(0,2)$

∴OC=2

∴ $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AB\cdot OC=5$ ....5 分

∴ $S_{\triangle PBC}=\dfrac{3}{5}S_{\triangle ABC}=3$ ....6 分



由于P在$y=-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{3}{2}x+2$上，则

设点P的坐标为（$x,-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{3}{2}x+2$）

∵P 作 $PQ\perp x$ 轴交 BC 于 Q，

∴ Q（$x,-\dfrac{1}{2}x+2$）

∴ $PQ=-\dfrac{1}{2}x^2+2x$ ....8 分

∵ $S_{\triangle PBC}=\dfrac{1}{2}OB\cdot PQ$

∴ $\dfrac{1}{2}\times 4(-\dfrac{1}{2}x^2+2x)=3$ ....9 分

∴ $x_1=1$，$x_2=3$

∴ P的坐标为$(1,3)$或$(3,2)$ ....10 分

（3）M 的坐标为$(\dfrac{3}{2},-\dfrac{5}{4})$ 或 $(\dfrac{3}{2},\dfrac{5-5\sqrt{5}}{4})$ 或 $(\dfrac{3}{2},\dfrac{5+5\sqrt{5}}{4})$ 或 $(\dfrac{3}{2},-\dfrac{15}{8})$ ....15 分

（注：$(\dfrac{3}{2},-\dfrac{15}{8})$ 为 2 分，其他各 1 分）

厦门大学附属科技中学
Xiamen University Affiliated Keji High School